

PROVA SCRITTA DI INFORMATICA  
CONCORSO DI AMMISSIONE  
SETTEMBRE 2016

SCUOLA SUPERIORE  
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI UDINE

**Esercizio 1. Azzeramento.** Alice e Bob sono avversari nel seguente gioco:

- (1) ricevono la codifica binaria  $s = s_1s_2 \dots s_n$  di un numero naturale (ad esempio 100110111011);
- (2) se  $s$  termina con un 1, Alice lo cancella e all'inizio di  $s$  scrive uno 0 o un 1 a sua scelta;
- (3) se  $s$  termina con uno 0, Bob lo cancella e all'inizio di  $s$  scrive uno 0 o un 1 a sua scelta.

Durante la partita sarà quindi possibile avere anche codifiche binarie le cui cifre più significative sono degli 0 (ad esempio 001001101110).

Alice vince una partita se riesce ad ottenere una codifica del numero 0 (ovvero una codifica del tipo 000...0). Bob invece vorrebbe che la partita non terminasse mai.

- (a) Mostrare le prime 5 mosse di una possibile partita sulla codifica 100110111011.
- (b) Se il numero di partenza ha una codifica di  $n$  cifre indichiamo con *round* una sequenza di  $n$  mosse. Determinare una strategia che consente ad Alice alla fine di ogni round di ottenere la codifica di un numero naturale maggiore di quello codificato all'inizio del round.
- (c) Sfruttare quanto al punto precedente per dimostrare che Alice ha sempre una strategia vincente.

**Esercizio 2. Distribuzione equa.** Intorno a un tavolo sono seduti  $n$  bambini che indichiamo con  $B_1, B_2, \dots, B_n$ . Ogni bambino ha un certo numero (intero) di caramelle. Indichiamo con  $C_i$  il numero di caramelle possedute dal bambino  $B_i$ . I bambini iniziano a giocare seguendo i seguenti passi:

- (1) la maestra dà una caramella a ogni bambino che ha un numero dispari di caramelle;
- (2) ogni bambino passa metà delle proprie caramelle al bambino che si trova alla propria sinistra;
- (3) se non tutti i bambini hanno la stessa quantità di caramelle si torna al punto (1), altrimenti il gioco termina.

Indichiamo con  $M_h$  il numero massimo di caramelle possedute da uno dei bambini dopo  $h$  iterazioni dei 3 passi.

- (a) Come varia  $M_h$  al crescere di  $h$ ?

- (b) Sfruttare il risultato ottenuto al punto (a), per dimostrare che da un certo istante in poi la maestra non distribuirà più caramelle.
- (c) Dimostrare che il gioco termina sempre.

**Esercizio 3. Robot.** Abbiamo a disposizione un robot e una base di ricarica per il robot. Il robot parte dalla base ed è in grado di muoversi a ogni passo di 1 metro in una delle 4 direzioni cardinali (NORD, SUD, OVEST, EST). Il robot non ha memoria sufficiente per memorizzare il percorso fatto, ma in ogni istante è in grado di stabilire se l'ultimo spostamento effettuato lo ha allontanato o avvicinato alla base e di ricordare le ultime 3 direzioni utilizzate.

- (a) Descrivere un metodo che riporti il robot alla base percorrendo meno strada possibile.
- (b) Supponendo che il metodo di cui al punto (a) venga utilizzato quando il robot si trova a distanza  $D$  dalla base (distanza euclidea), fornire una stima per eccesso e una per difetto della distanza che il metodo farà percorrere al robot.
- (c) Sapendo che il robot può percorrere al più  $P$  metri prima di dover tornare alla base, e che oltre a quanto detto prima il robot può solo memorizzare il numero di metri percorsi dall'ultima ricarica, quando deve entrare essere utilizzato il metodo per garantire che il robot riesca a tornare alla base? Quale è la quantità minima di informazioni aggiuntive che il robot dovrebbe memorizzare per assicurare di tornare alla base solo quando è indispensabile?

**Esercizio 4. Uova.** Ci troviamo in un palazzo alto 100 piani. Se un uovo cade dall' $n$ -esimo piano del palazzo o da un piano superiore si rompe, mentre se cade da un piano inferiore all' $n$ -esimo non si rompe.

- (a) Abbiamo a disposizione un numero infinito di uova e vogliamo determinare  $n$  effettuando nel caso peggiore il numero minore possibile di lanci. Come procediamo? Quanti lanci facciamo nel caso peggiore?
- (b) Abbiamo a disposizione solo 2 uova e vogliamo determinare  $n$  effettuando nel caso peggiore il numero minore possibile di lanci. Descrivere un metodo che consenta di effettuare meno di 20 lanci nel caso peggiore. Quanti lanci fa nel caso peggiore il metodo descritto?

*Indicazioni Generali.* La descrizione dei metodi va fatta spiegando prima di tutto a parole le idee di base e poi fornendo una descrizione più formale degli stessi. Tale descrizione può essere fatta nel formalismo che si ritiene più opportuno. È possibile utilizzare un linguaggio di programmazione standard. Nel presentare i programmi si possono tralasciare dettagli non centrali, quali l'acquisizione dei dati, la stampa dei risultati, il controllo della consistenza dei dati in ingresso. Si raccomanda comunque di commentare il codice proposto.